КУРО
КОРПОРАТИВНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦНППМ
ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

Методические рекомендации по изучению темы «Неравенства» в основной школе

(задания 13 базового и 21 повышенного уровня сложности КИМ ОГЭ по математике)

Лазарева Ольга Владимировна - учитель математики МБОУ СОШ «Гармония» г.Можайска,
учитель высшей категории,
председатель ПК ГИА-9 МО по математике

КУРО
КОРПОРАТИВНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦНППМ
ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

Решение неравенств

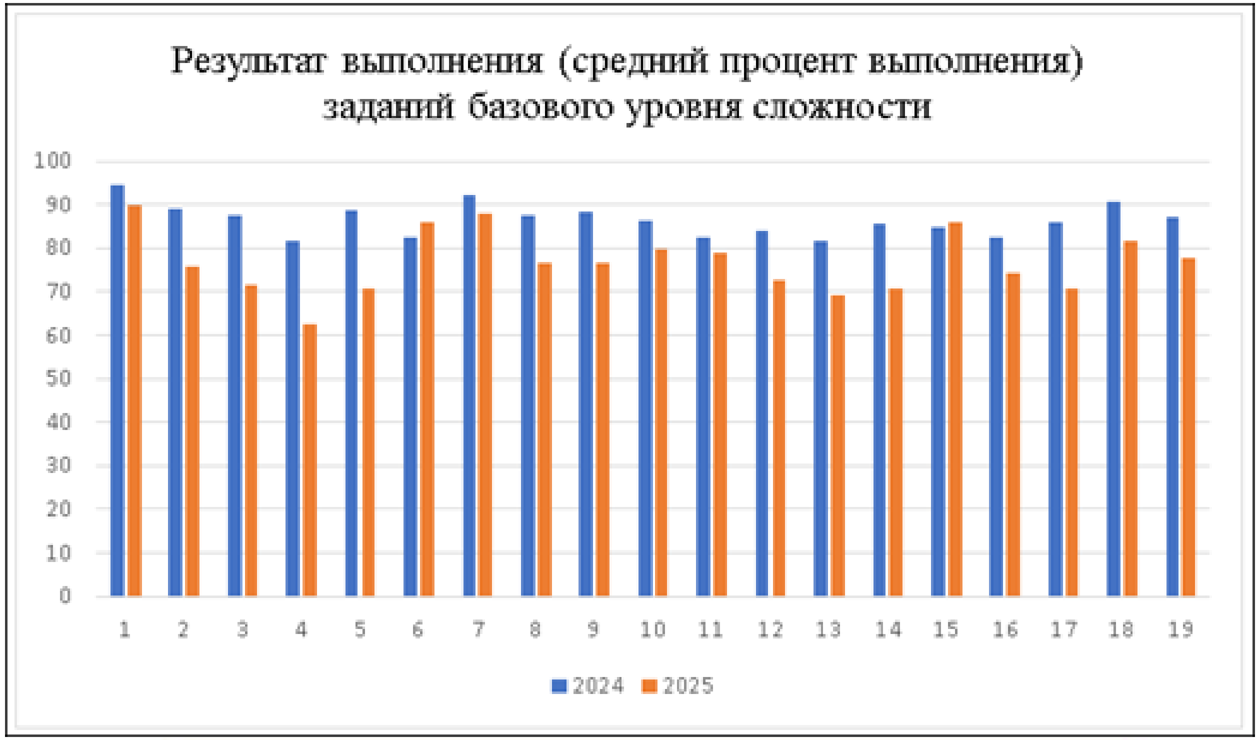
Проверка умений: линейные неравенства и их системы, квадратные и дробно-рациональные неравенства с одной переменной, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач.

КУРО
КОРПОРАТИВНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦНППМ
ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

Выявление сложных для участников ОГЭ заданий

В 2025 году по всем заданиям базового уровня сложности КИМ ОГЭ получен результат более 60%, что в целом свидетельствует об удовлетворительном усвоении умений, проверяемых этими заданиями, большинством участников экзамена. Однако, в сравнении с 2024 годом по всем заданиям, за исключением №6 (вычисление значения числового выражения) отмечается снижение результата.



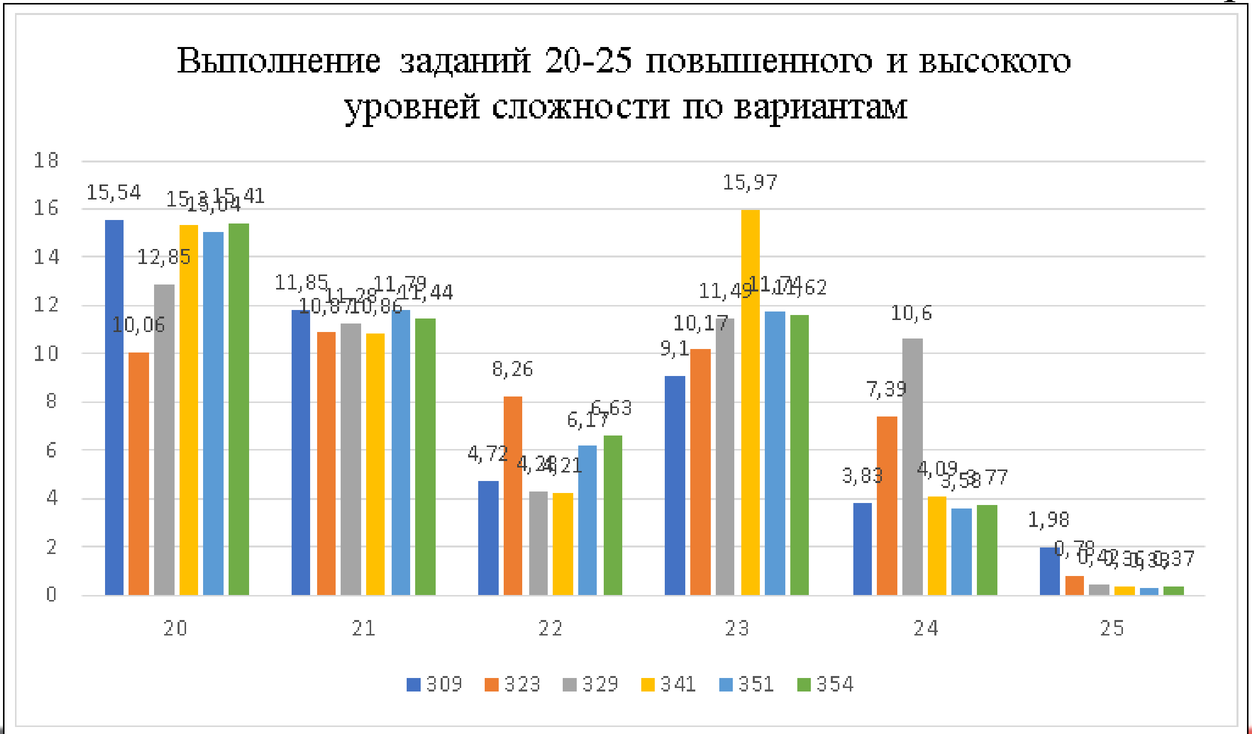
Анализ статистики решения алгебраических задач базового уровня сложности показывает наличие затруднений участников ОГЭ при выполнении задания №13 – решение системы линейных неравенств, особенно в случаях, когда решением является открытый числовой луч или система не имеет решений.
Это задание имеет самый низкий процент решаемости среди алгебраических заданий.

КУРО
КОРПОРАТИВНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦНППМ
ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ
ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

Выявление сложных для участников ОГЭ заданий

По заданиям повышенной сложности обоих модулей не достигается процент выполнения, рекомендованный по Спецификации КИМ ОГЭ (30-50% для заданий №20,23 и 15-30% для заданий №21, 24), по заданию №22 высокого уровня сложности (построение и анализ графика) результат в диапазоне предполагаемого, по заданию №25 (решение вычислительной планиметрической задачи) стабильно низкий результат. Таким образом, все задания II части, за исключением задания №22, можно определить как сложные для участников ОГЭ.



При сравнении выполнения заданий по вариантам в качестве наиболее сложных для участников ОГЭ можно выделить следующие виды заданий:

№20 – решение рационального неравенства (вариант 323, процент выполнения 10,06%). Задания на решение уравнения выполняются существенно успешнее.

КУРО
КОРПОРАТИВНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦНППМ
ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

Задание № 13.

Проверяемое умение - решать линейные неравенства и их системы, проверяемый элемент содержания – целые и дробно-рациональные неравенства. Процент выполнения – 69,02% (по группам участников с отметками: «2» - 22,77%, «3» - 42,2%; «4» - 85,78%, «5» - 95,33%).

Пример задания № 13:

Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -27+3x>0, \\ 6-3x<-6. \end{cases}$$

1) $(9;+\infty)$

2) $(4;9)$

3) $(-\infty;9)$

4) $(4;+\infty)$

Задание № 13.

Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -27+3x>0, \\ 6-3x<-6. \end{cases}$$

1) $(9;+\infty)$
2) $(4;9)$
3) $(-\infty;9)$
4) $(4;+\infty)$

Основные ошибки:

- участники не меняют знак неравенства при делении обеих частей на отрицательное число;
- неумение изображать на координатной прямой интервал, соответствующий неравенству;
- при изображении решения системы на координатной прямой выбирается не пересечение множеств, а их объединение. По-видимому, это связано с недостаточным усвоением понятия «решение системы неравенств».

КУРО
КОРПОРАТИВНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦНППМ
ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

Задание № 20.

Решите неравенство $\dfrac{-13}{(x-4)^2-6} \geq 0$.

Основные ошибки:

- подмена решения неравенства решением уравнения;
- отсутствие перехода к строгому неравенству (не учитывается, что знаменатель не может быть равен нулю;
- ошибки в применении ФСУ;
- при правильном решении неравенства, в ответ включены концы промежутка (скобки квадратные), то есть включены точки не входящие в ОДЗ.

КУРО
КОРПОРАТИВНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦНППМ
ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

Выводы по итогам ГИА-9 по математике

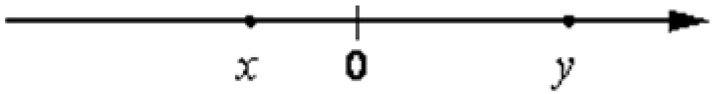
Итоги ГИА-9 в 2025 году ярко продемонстрировали, что среди задач модуля «Алгебра» у выпускников основной школы наибольшие затруднения вызывает применение умения решать алгебраические неравенства и их системы как базового, так и повышенного уровня сложности. В то же время линия уравнений и неравенств является стержнем алгебраического материала школьного курса математики. Она богата по содержанию, по способам и приемам решения неравенств, по возможностям ее применения при изучении ряда других тем школьного курса алгебры. Это объясняется тем, что уравнения и неравенства широко используются в различных разделах математики, в решении важных прикладных задач.

Начальные сведения о сравнении чисел, понятии решения неравенства обучающиеся получают в курсе математики 5-6 классов,
а также курса алгебры 7 класса. Но основная часть материала приходится на 8 и 9 классы. В 8 классе рассматриваются следующие разделы: «Числовые неравенства и их свойства», «Числовые промежутки», «Решение линейных неравенств и их систем», в 9 классе – решение неравенств второй степени, несложных целых и дробно - рациональных неравенств методом интервалов.

Методические рекомендации по изучению темы «Неравенства» в 5-7 классах:

В 5-6 классах изучаются правила сравнения дробей (десятичных и обыкновенных), положительных и отрицательных чисел. При изучении правил сравнения необходимо уделить внимание использованию координатной прямой как наглядной основы для сравнения чисел. В курсе 6 класса также вводится понятие «модуль», на изучение которого хочется обратить особое внимание. Результаты ВПР, ОГЭ и ЕГЭ говорят о имеющихся проблемах по изучению данной темы. Полезно включать в различные виды работ упражнения, которые способствовали неформальному усвоения данного понятия, например:

На координатной прямой отмечены числа *x* и *y*. Какое из следующих утверждений об этих числах верно?



В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $x < y$ и $|x| < |y|$

2) $x > y$ и $|x| > |y|$

3) $x < y$ и $|x| > |y|$

4) $x > y$ и $|x| < |y|$

В курсе алгебры 7 класса специальное внимание нужно уделить вопросам употребления знаков строгих и нестрогих неравенств ($<$, $>$, $\leq$, $\geq$), записи и чтению двойных неравенств.

Методические рекомендации по изучению темы «Неравенства» в 8 классе:

Перед началом изучения темы «Линейные неравенства» нужно добиться усвоения всеми обучающимися понятия числовых промежутков, используя геометрическую интерпретацию понятий «больше» и «меньше». Можно включить такие упражнения, как чтение промежутков, определение наибольших и наименьших целочисленных значений в данном интервале, переход от простейших неравенств к их геометрической модели в виде числовых промежутков. Проверку усвоения материала провести проведением математического диктанта или теста.

Далее ввести определение линейного неравенства с одной переменной, определение строгих и нестрогих неравенств, ввести понятие решения неравенства, равносильных неравенств.

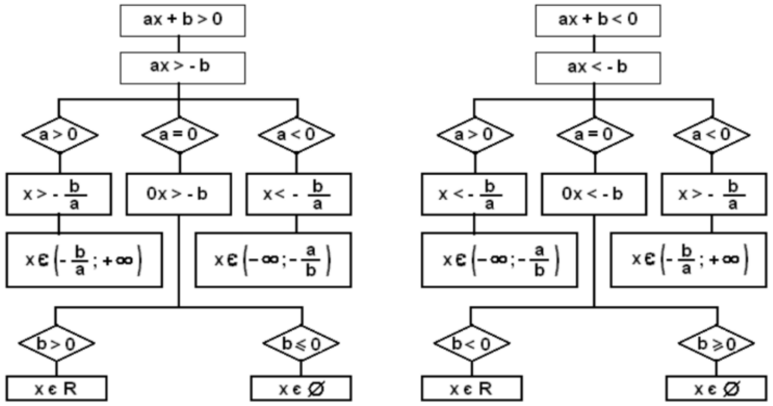
Свойства неравенств с доказательством лучше разобрать на доске и оформить в виде конспекта, которым можно будет впоследствии пользоваться.

Рассмотреть алгоритм решения линейных неравенств, имеющих одну переменную, обратить внимание обучающихся, что он аналогичен алгоритму решения линейных уравнений.

Методические рекомендации по изучению темы «Неравенства» в 8 классе:

Основное число ошибок заключается в отсутствии смены знака при делении обеих частей неравенства на отрицательное число. Для предотвращения ошибок при выполнении этого шага алгоритма рекомендуем требовать от обучающихся при изучении темы делать ссылку на использованное свойство. Навык формируется путем проб и ошибок. В учебнике Макарычева Ю.Н. и др. достаточно много соответствующих примеров, необходимо выделить достаточно времени на их выполнение (в том числе нужно обязательно рассмотреть решение «провокационных» случаев вида $-x < 3$, в которых часто допускаются ошибки).

На заключительном этапе решения неравенства ответ иллюстрируется на координатной прямой и записывается в виде промежутка. Обязательно нужно рассмотреть частные случаи, когда решением является координатная прямая или пустое множество. Все возможные ситуации можно систематизировать, например, составив вместе с учащимися схемы:



Методические рекомендации по изучению темы «Неравенства» в 8 классе:

Для определения уровня сформированности предметных умений по теме «Решение линейных неравенств» можно использовать комплект упражнений:

1) $-3x > 9$;

2) $-x < 9$;

3) $x + 8 \geq 3x - 1$;

4) $4(x+1) - 6(2-x) > 4$;

5) $5x \leq -9$;

6) $-0{,}3x > 6{,}9$;

7) $4(x-2) \geq 9$;

8) $\dfrac{x}{3} - \dfrac{x}{2} > 2$;

9) $\dfrac{3+x}{4} + \dfrac{2-x}{3} < 0$;

10) $\dfrac{12x-1}{3} < 4x - 3$.

Методические рекомендации по изучению темы «Неравенства» в 8 классе:

При изучении темы «Решение систем неравенств» порекомендовать учащимся базового уровня подготовки работать по алгоритму:

1) решить 1 неравенство;

2) решить 2 неравенство;

3) изобразить решения неравенств на координатной прямой и найти ПЕРЕСЕЧЕНИЕ полученных решений.

Для учащихся с хорошим уровнем подготовки лучше использовать метод равносильных переходов. При изучении систем неравенств также обратить внимание обучающихся на частные случаи, в том числе на возможное получение ответа в виде пустого множества. Необходимо учитывать типичную ошибку, которую нередко допускают школьники: формальный перенос способов решения систем уравнений на системы неравенств, например, выполнение сложения и вычитания неравенств в системе. Нужно пояснить на примерах, что два неравенства, даже одинакового знака, нельзя складывать и вычитать, так как в результате можно получить как верное, так и неверное неравенство.

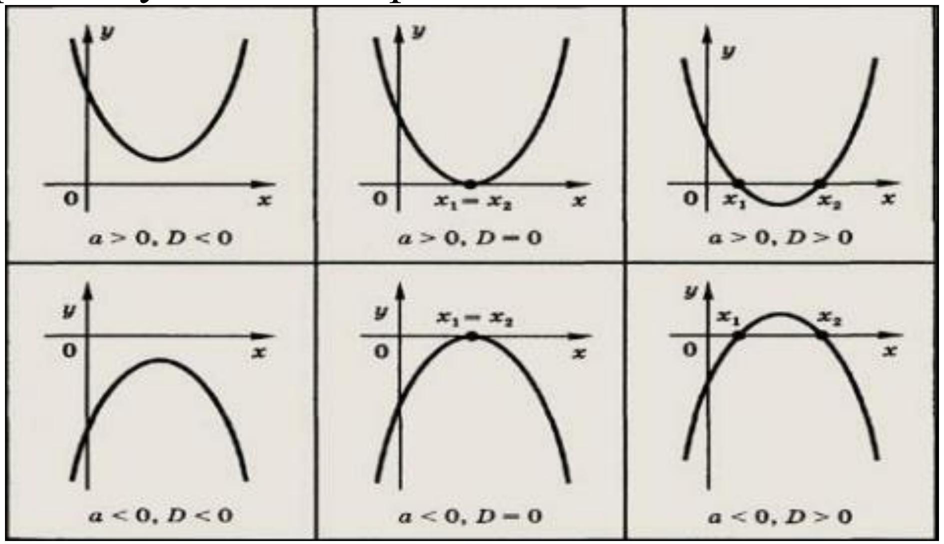
Методические рекомендации по изучению темы «Неравенства» в 9 классе:

В начале обучающиеся знакомятся с решением квадратных неравенств с использованием свойств квадратичной функции. Рекомендуем провести первый урок в форме лекции, используя алгоритм решения, приведенный в учебнике. Рассмотреть примеры решения строгих и нестрогих неравенств для случаев:

1) $a>0, D<0$ 2) $a>0, D=0$ 3) $a>0, D>0$

4) $a<0, D<0$ 5) $a<0, D=0$ 6) $a<0, D>0$

Итогом урока может стать схема, на которой приведены различные случаи решения квадратных неравенств. В результате определенной тренировки учащиеся привыкают пользоваться такой схемой, а затем ее мысленным образом.



Методические рекомендации по изучению темы «Неравенства» в 9 классе:

В 9 классе учащиеся также знакомятся основными подходами к решению неравенств методом интервалов для случая, если левая часть неравенства с переменной разложена на линейные множители (или приводится к такому разложению с помощью несложных алгебраических преобразований – ФСУ, вынесением общего множителя за скобки). Метод интервалов основан на свойствах функции и заключается в следующем:

1) Приравнять левую часть неравенства к нулю и решить полученное уравнение.

2) Нанести корни уравнения на числовую прямую. Эти корни разбивают числовую прямую на промежутки, в каждом из которых левая часть неравенства сохраняет знак, поскольку, по свойствам функции, изменить знак она может только при переходе через корни ее множителей.

3) Найти знак левой части неравенства на каждом из полученных интервалов. Для этого на каждом из интервалов выберем какое-то значение переменной x и, подставив это значение в левую часть неравенства, определим ее знак (метод пробных точек).

4) Выберем промежутки, где выполняется это неравенство.

Методические рекомендации по изучению темы «Неравенства» в 9 классе:

Замечание 1. Нестрогое неравенство тоже можно решать методом интервалов. В этом случае корни уравнения также являются решениями неравенства.

Замечание 2. В п. 2, предложенного выше алгоритма, достаточно было найти знак левой части неравенства в одном из промежутков (например, крайнем правом промежутке или в промежутке, содержащем число 0), а потом учесть, что она меняет знак при переходе от одного промежутка к соседнему и воспользоваться правилом «смены знаков». Однако метод «смены знаков» подходит без дальнейших оговорок лишь в случае, когда все множители в левой части имеют первую степень.

Замечание 3. Метод интервалов применим и к неравенствам, левая часть которых – дробь, у которой числитель и знаменатель разложены на линейные множители.

При изучении этой темы учитель обращает внимание учащихся и показывает на примерах, что нельзя умножать и делить две части неравенства на 0 или выражение, равное 0, а также нельзя умножать или делить (сокращать) неравенства на выражение, содержащее переменную величину, так как неизвестен знак этого выражения (и не известно, меняется или нет смысл неравенства).

В дельнейшем тема «Неравенства», в том числе метод интервалов, получит свое дальнейшее развитие в курсе математики старшей школы.

Методика проверки и оценки задания 20

Задание 20. Работа 1

Решите неравенство $(x-2)^2<\sqrt{3}(x-2)$.

Ответ: $\left(2;\,2+\sqrt{3}\right)$.

№ 20

$(x-2)^2<\sqrt{3}(x-2)$

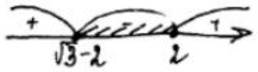
$(x-2)^2-\sqrt{3}(x-2)<0$

$(x-2)((x-2)-\sqrt{3}\cancel{)}\cdot 1)<0$

$(x-2)(x+2-\sqrt{3})<0$

$x-2<0$ или $x+2-\sqrt{3}<0$

$x<2$ или $x<\sqrt{3}-2$



Ответ: $(\sqrt{3}-2;\ 2)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

? баллов

Методика проверки и оценки задания 20

Задание 20. Работа 1

Решите неравенство $(x-2)^2 < \sqrt{3}(x-2)$.

Ответ: $\left(2;\, 2+\sqrt{3}\right)$.

№ 20

$(x-2)^2 < \sqrt{3}(x-2)$

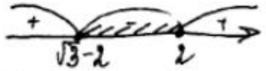
$(x-2)^2 - \sqrt{3}(x-2) < 0$

$(x-2)((x-2)-\sqrt{3}\cdot 1) < 0$

$(x-2)(x+2-\sqrt{3}) < 0$

$x-2<0$ или $x+2-\sqrt{3}<0$

$x<2$ или $x<\sqrt{3}-2$



Ответ: $(\sqrt{3}-2;\ 2)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

0 баллов

КУРО
КОРПОРАТИВНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦНППМ
ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

ФИПИ

Методика проверки и оценки задания 20

Задание 20. Работа 2

№20

$(x-2)^2 < \sqrt{3}(x-2)$

$(x-2)^2 - \sqrt{3}(x-2) < 0$

$(x-2)((x-2) - \sqrt{3}) < 0$

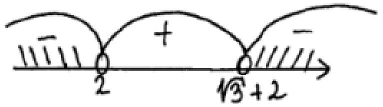
Метод интервалов:

Нули функции: $(x-2)((x-2)-\sqrt{3})=0$

$(x-2)(x-2-\sqrt{3})=0$

$x-2=0$ или $x-2-\sqrt{3}=0$

$x=2$ $x=\sqrt{3}+2$



Ответ: $x \in (-\infty; 2) \cup (\sqrt{3}+2; +\infty)$

Решите неравенство $(x-2)^2 < \sqrt{3}(x-2)$.

Ответ: $(2; 2+\sqrt{3})$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

? баллов

Методика проверки и оценки задания 20

Задание 20. Работа 2

№20

$(x-2)^2 < \sqrt{3}(x-2)$

$(x-2)^2 - \sqrt{3}(x-2) < 0$

$(x-2)((x-2)-\sqrt{3}) < 0$

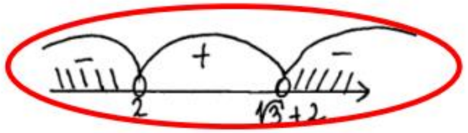
Метод интервалов:

Нули функции: $(x-2)((x-2)-\sqrt{3})=0$

$(x-2)(x-2-\sqrt{3})=0$

$x-2=0$ или $x-2-\sqrt{3}=0$

$x=2$ $\quad$ $x=\sqrt{3}+2$



Ответ: $x \in (-\infty; 2) \cup (\sqrt{3}+2; +\infty)$

Решите неравенство $(x-2)^2 < \sqrt{3}(x-2)$.

Ответ: $(2; 2+\sqrt{3})$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

0 баллов

КОРПОРАТИВНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

Спасибо за внимание!